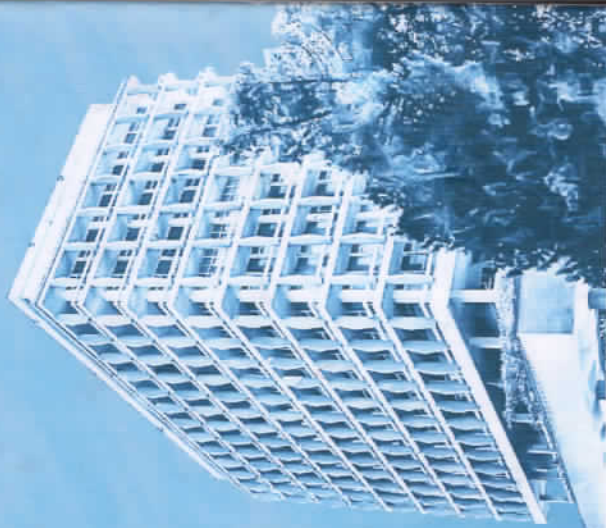


517.53
792
D64

MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
SIBIR FEDERAL UNIVERSITETI



100 YIL



**T.I.To'ychiyev, J.K.Tishabayev,
D.X.Djumabayev, A.M.Kitmanov**

**KOMPLEKS O'ZGARUVCHILI
FUNKSIYALAR NAZARIYASI FANIDAN
MUSTAQIL ISHLAR**

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti

...4

..6

Rossiya Federatsiyasining fan va oliy ta'lim vazirligi
Sibir federal universiteti

..6

..6

26

38

60

T.T.To'ychiyev, J.K.Tishabayev, D.X.Djumabayev, A.M.Kitmanov

50

50

06

..4

..4

**Kompleks o'zgaruvchili funktsiyalar nazariyasi fanidan
MUSTAQIL ISHLAR**

6523 -

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan
o'quv qo'llanma sifatida chop etishga ruxsat berildi
(2018-yil 14-iyundagi 531-sonli buyruq)

4

4

8

5

0



Toshkent

“MUMTOZ SO‘Z”

2018

UO'K: 517.53

KBK: 22.16

T.T.To'yehiyev, J.K.Tishabayev, D.X.Djumabayev, A.M.Kitmanov. Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan mustaqil ishlar. O'quv qo'llanma. – Toshkent: MUMTOZ SO'Z, 2018. – 220 bet.

Qo'llanma kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan mustaqil ishlarni bajarish uchun mo'ljallangan bo'lib, shu fanning o'quv dasturi asosida tuzilgan va o'quv adabiyoti Davlat ta'lim standartining bakalavr mutaxassisligi 51301100 – matematika, 5140300 – mexanika va 5140200 – fizika yo'nalishlariga mos keladi.

Qo'llanma kompleks sonlar va kompleks argumentli funksiyalar, elementar funksiyalar va ular yordamida bajariladigan konform akslantirishlar, kompleks argumentli funksiyaning integrali va chegirmalar nazariyasi mavzularini o'z ichiga oladi. Qo'llanmada 3 ta mustaqil ish, 1092 ta misol va masalalar keltirilgan bo'lib, ulardan 52 ta misol va masalalar batafsil yechimi bilan keltirilgan. Bu misol va masalalar yechimlari Maple matematik paketi yordamida ham keltirilgan.

Taqirizchilar: **N.M.Jaborov,** O'zMU matematik
analiz kafedrası professori

Sh. Pirmatov, TDTU o'liy matematika
kafedrası dotsenti

ISBN 978-9943-4817-9-4

© MUMTOZ SO'Z, 2018

© Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, 2018

© Sibir federal universiteti, 2018

MUNDARIJA

So'z boshi.....	4
1-§. 1-MUSTAQIL ISH.....	6
KOMPLEKS SONLAR VA KOMPLEKS ARGUMENTLI FUNKSIYALAR.....	6
ASOSIY TUSHUNCHA VA TEOREMLAR.....	6
MUSTAQIL YECHISH UCHUN MISOL VA MASALALAR.....	26
NAMUNAVIY VARIANT YECHIMI.....	38
2-§. 2-MUSTAQIL ISH.....	60
ELEMENTAR FUNKSIYALAR VA ULAR YORDAMIDA BAJARILADIGAN KONFORM AKSLANTIRISHLAR.....	60
ASOSIY TUSHUNCHA VA TEOREMLAR.....	60
MUSTAQIL YECHISH UCHUN MISOL VA MASALALAR.....	106
NAMUNAVIY VARIANT YECHIMI.....	124
3-§. 3-MUSTAQIL ISH.....	154
KOMPLEKS ARGUMENTLI FUNKSIYANING INTEGRALI VA CHEGIRMALAR NAZARIYASI.....	154
ASOSIY TUSHUNCHA VA TEOREMLAR.....	154
MUSTAQIL YECHISH UCHUN MISOL VA MASALALAR.....	178
NAMUNAVIY VARIANT YECHIMI.....	195
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.....	219

So'z boshi

O'zbekiston Respublikasining Ta'lim to'g'risidagi Qonuni va Kadrlar tayyorlash Milliy dasturi talablarini amalga oshirishda O'zbekiston Milliy universiteti matematika fakulteti matematik analiz kafedrasida jamoasi mas'uliyatini his etgan holda ilmiy-tadqiqot ishlari va ilmiy pedagogik kadrlar tayyorlash samaradorligini oshirish maqsadlarini ko'zlab o't oldiga qator vazifalarni belgiladi.

Ilm-fan jadal taraqqiy etayotgan, zamonaviy axborot-kommunikatsiya tizimlari vositalari keng joriy etilayotgan jamiyatda turli fan sohalarida bilimlarning tez yangilanib borishi, ta'lim oluvchilar oldiga ularni jadal egallash bilan bir qatorda, muntazam va mustaqil ravishda bilim izlash vazifasini qo'ymoqda.

Bu vazifani hal qilish maqsadida o'quv rejalariga matematik va kompleks analiz fanlaridan mustaqil ta'lim olish kiritildi. O'z navbatida, o'quv dasturlarida rejaga mos ravishda o'zgartirishlar amalga oshirildi.

Hozirgi vaqtda matematik va kompleks analizning uslublari fan, texnika va iqtisodiyotning turli-tuman masalalarini hal qilishda keng qo'llanilmoqda. Xalq xo'jaligining barcha sohalarida kompyuterlarning va matematik usullarning yalpi qo'llanilishi munoabati bilan bu usullarning ahamiyati yanada ortdi.

Yuqorida qayd etib belgilangan vazifalar bajarilishining isboti sifatida yuzaga kelgan ushbu qo'llanma kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan mustaqil ishlarni bajarishga mo'ljallangan bo'lib, o'quv adabiyoti Davlat ta'lim standartiining bakalavr mutaxassisligi "Matematika", "Mexanika" va "Fizika" yo'nalishlariga mos keladi.

Qo'llanma uch paragrafdan iborat bo'lib, ularda: "Kompleks sonlar va kompleks argumentli funksiyalar", "Elementar funksiyalar va ular yordamida bajariladigan konform akslantirishlar" va "Kompleks

argumentli funksiyaning integrali va chegirmalar nazariyasi" mavzulari bo'yicha 3 ta mustaqil ish tavsiya etilgan. Har bir mustaqil ishni berishdan avval shu mustaqil ishni bajarish uchun lozim bo'ladigan asosiy tushuncha va teoremlar keltirilgan. So'ng 21 ta variantdan iborat bo'lgan vazifa mustaqil yechish uchun tavsiya qilingan. Talabning mavzularni o'zlashtirishini hamda ishni bajarishini yengillashtirish maqsadida har bir paragrafning oxirida 1 ta variantdagi (21-variant) barcha misol va masalalar to'liq yechib ko'rsatilgan. Bunda aksariyat misollar ikki usulda yechilgan. Avval analitik yo'l bilan yechilgan bo'lsa, undan so'ng misolning mohiyatini chuqurroq ochib berish maqsadida shu misol Maple matematik paket yordamida yechib, chizmalari bilan keltirilgan.

Qo'llanmani yozishda mualliflar tomonidan mavzularning oddiy va soddada tilda, tushunarli va ravon bayon etilishiga harakat qilindi. Shu munosabat bilan mualliflar qo'llanma talabalarda bilim olishga intilish hissi, mustaqil fikrlash malakalarining shakllanishiga xizmat qiladi deb umid bildiradilar hamda u talabalarga kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanining aytib o'tilgan mavzulari bo'yicha bilimlarini oshirishda yordam beradi deb ishonadilar.

Mualliflar

1-§. 1-MUSTAQIL ISH

KOMPLEKS SONLAR VA KOMPLEKS ARGUMENTLI

FUNKSIYALAR

Kompleks sonlar va ular ustida amallar.

Kompleks sonning geometrik tasviri.

Kompleks sonning trigonometrik va ko'rsatkichli ko'rinishlari.

Kompleks tekislikda soha va egri chiziq.

Stereografik proyeksiya.

Kompleks argumentli funksiyalar, ularning limiti, uzluksizligi.

Funksiyaning differensiallanuvchiligi. Koshi-Riman shartlari.

Garmonik funksiyalar.

Hosila moduli va argumentning geometrik ma'nosi.

Konform akslantirishlar.

-A-

ASOSIY TUSHUNCHA VA TEOREMLAR

1^o. Kompleks sonlar va ular ustida amallar.

Ma'lumki, kompleks son

$$z = x + iy \quad (1)$$

ko'rinishda ifodalanadi, bunda x va y lar haqiqiy sonlar i esa ($i^2 = -1$) mavhum birlikdir.

Odatda x haqiqiy songa z kompleks sonning *haqiqiy qismi*, y haqiqiy songa esa z kompleks sonning *mavhum qismi* deyiladi va

$$x = \operatorname{Re} z, \quad y = \operatorname{Im} z$$

kabi belgilanadi.

Agar (1) da $y = 0$ bo'lsa, $z = x + i \cdot 0 = x$ bo'lib, z haqiqiy x songa teng bo'ladi. Agar (1) da $x = 0$ bo'lsa, $z = 0 + i \cdot y = iy$ bo'lib, z sof mavhum son bo'ladi. (1) da $x = 0$, $y = 0$ bo'lsa, z kompleks son 0 ga teng bo'ladi.

Ikkita $z_1 = x_1 + iy_1$ va $z_2 = x_2 + iy_2$ kompleks sonlar berilgan bo'lib, $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ bo'lsa, unda z_1 va z_2 kompleks sonlar *bir biriga teng*

deyiladi. Agar $x_1 = x_2$, $y_1 = -y_2$ bo'lsa, y holda z_2 kompleks son z_1 ga *qo'shma kompleks son* deyiladi va \bar{z}_1 kabi belgilanadi.

Demak, $z = x + iy$ bo'lsa, $\bar{z} = \overline{x + iy} = x - iy$ bo'ladi. Masalan, $z = 2 + \frac{1}{3}i$ kompleks sonning qo'shmasi $\bar{z} = 2 - \frac{1}{3}i$ bo'ladi.

Aytaylik, ikkita $z_1 = x_1 + iy_1$ va $z_2 = x_2 + iy_2$ kompleks sonlar berilgan bo'lsin. Ular ustidagi arifmetik amallar quyidagi qoidalar asosida aniqlanadi.

$$1) z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2);$$

$$2) z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2);$$

$$3) \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + i \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}}{x_2^2 + y_2^2};$$

$$4) z^n = \underbrace{z \cdot z \cdot \dots \cdot z}_n.$$

Izoh. $z_1 \cdot z_2$ ko'paytma $(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)$ ifodani hadma-had ko'paytirishdan hosil bo'lishini ko'rish qiyin emas:

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = x_1 x_2 + x_1 iy_2 + iy_1 x_2 + i^2 y_1 y_2 =$$

$$= (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2).$$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2}$ nisbatni hisoblashda kasrning surat va maxrajini $\bar{z}_2 = x_2 - iy_2$ ga ko'paytiriladi:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} = \frac{(x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2)}{(x_2 + iy_2)(x_2 - iy_2)} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + i \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}}{x_2^2 + y_2^2}.$$

2^o. Kompleks sonning geometrik tasviri.

Tekislikda, Oxy Dekart koordinatlar sistemasida $z = x + iy$ kompleks son koordinatlari x va y bo'lgan $M(x, y)$ nuqtani ifodalaydi (1-chizma).