

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI
MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI
O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

A. A. ABDUSHUKUROV, N. S. NURMUHAMEDOVA,
K. S. SAGIDULLAYEV

MATEMATIK STATISTIKA
(*parametrlarni baholash va gipotezalarni
tekshirish misollarda*)

TOSHKENT
"UNIVERSITET"
2013

Qoʻllanma matematik statistika fani chuqur oʻrganiladigan universitetlarning talabalari uchun moʻljallangan boʻlib, u bakalavriatning "Matematika", "Amaliy matematika va informatika", "Informatika va axborot texnologiyalari", "Axborot havfsizligi" va "Mexanika" yoʻnalishlari Davlat Taʼlim Standartlariga mos keladi. Ushbu qoʻllanmadan "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" mutaxassisligi magistrantlari, katta ilmiy xodim-izlanuvchilar ham foydalanishlari mumkin. Qoʻllanmada matematik statistika boʻyicha asosiy tushunchalar qisqacha keltirilgan boʻlib, 300 dan ziyod misol va masalalar berilgan, hamda ulardan 20 dan ortigʻi batafsil yechimi bilan koʻrsatilgan.

Taqrizchilar:

Xusanboyev Ya. - fizika-matematika fanlari doktori, TAQI ilmiy ishlar boʻyicha prorektor;

Djamirzayev A.A. - fizika-matematika fanlari nomzodi, OʻzMU "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" kafedrasida dotsenti.

Ushbu oʻquv qoʻllanma Oʻzbekiston Milliy Universiteti Ilmiy-metodik Kengashining 2012 yil 26 iyundagi 9-sonli majlisida nashrga tavsiya etilgan.

SO‘Z BOSHI

Matematik statistika fani matematikaning tasodifiy tajribalar natijalarini qayta ishlashning matematik usullariga bag‘ishlangan bo‘limidir. Biz tasodifiy tajriba deganda natijasini oldindan aytib bo‘lmaydigan, ya‘ni tasodifiyatga bog‘liq bo‘lgan harakatlar majmuasini tushunamiz. Ma‘lumki, ehtimollar nazariyasi tasodifiy jarayonlarni matematik modelini o‘rganadi. Agar bu model to‘g‘ri tanlangan bo‘lsa, biz u yoki bu tasodifiy hodisa ehtimolini hisoblay olamiz va ehtimollarning turg‘unlik xossasiga asoslangan holda bu hodisalarning ro‘y berish sanog‘ini taqriban ayta olamiz. Matematik statistika alohida soha sifatida o‘rganilsada, uning asosiy usullari ehtimollar nazariyasi doirasida qolaveradi. Buning sababi shundaki, matematik statistika masalalari o‘ziga xos xususiyatlarga ega bo‘lib, ma‘lum ma‘noda ehtimollar nazariyasi masalalariga teskaridir. Agar biz ehtimollar nazariyasida tasodifiy jarayonlar modeli ma‘lum deb hisoblangan holda shu jarayonlar haqida ma‘lum xulosalar qilsak, matematik statistikada esa aksincha qandaydir tasodifiy hodisalarning sonli xarakterga ega bo‘lgan statistik ma‘lumotlariga asoslangan holda tegishli ehtimollik modelini tanlaymiz. Demak, matematik statistika tasodifiy tajribalarni o‘rganish nuqtai nazaridan qaralganda ehtimollar nazariyasini teskari masalalari bilan shug‘ullanar ekan.

Ushbu qo‘llanmada matematik statistikani o‘rganish uchun kerakli barcha tushunchalar keltirilgan bo‘lib, unda mustaqil yechish uchun misollar keltirilgan. Ushbu qo‘llanma universitetlarning bakalavriatura yo‘nalishi talabalari bilan bir qatorda "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" mutaxassisligi magistrantlari, katta ilmiy xodim-izlanuvchilar uchun ham foydalidir. Bu qo‘llanmadan mustaqil ta‘lim uchun ham foydalansa bo‘ladi. Mualliflar qo‘llanmani nashrga tayyorlashdagi yordami uchun N.F.Usmonovaga o‘z minnatdorchiliklarini bildiradilar.

1-§. TASODIFIY MIQDORLAR VA ULARNING SONLI XARAKTERISTIKALARI

Agar Ω elementar hodisalar fazosida aniqlangan ξ sonli funksiya har bir ω elementar hodisaga $\xi(\omega)$ sonni mos qo'ysa, ya'ni $\xi = \xi(\omega)$, $\omega \in \Omega$ bo'lsa, u tasodifiy miqdor deyiladi. Demak, tajriba natijasida u yoki bu qiymatni qabul qilishi oldindan ma'lum bo'lmagan miqdor tasodifiy miqdor deb atalar ekan. Agar t.m. ko'pi bilan sanoqli qiymatlar qabul qilsa, bunday t.m. diskret tipdagi t.m. deyiladi. Agar t.m. qabul qiladigan qiymatlari biror oraliqdan iborat bo'lsa, u holda uzluksiz tipdagi t.m. deyiladi.

Demak, diskret t.m. bir-biridan farqli alohida qiymatlarni, uzluksiz t.m. esa biror oraliqdagi ixtiyoriy qiymatlarni qabul qilish ekan.

$F(x)$ funksiya ξ t.m.ning taqsimot funksiyasi $\forall x \in R$ son uchun quyidagicha aniqlanadi: $F(x) = P\{\xi < x\} = P\{\omega : \xi(\omega) < x\}$.

Taqsimot funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. $F(x)$ chegaralangan: $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $F(x)$ kamaymaydigan funksiya: agar $x_1 < x_2$ bo'lsa, u holda $F(x_1) \leq F(x_2)$.
3. $F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$, $F(+\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$.
4. $F(x)$ funksiya chapdan uzluksiz: $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} F(x) = F(x_0)$.
5. ξ diskret t.m. t.f. $F(x)$ ning sakrash nuqtalari to'plami ko'pi bilan sanoqlidir.

ξ t.m. uzluksiz deyiladi, agar uning t.f. ixtiyoriy nuqtada uzluksiz bo'lsa. Uzluksiz t.m. *zichlik funksiyasi* yordamida beriladi.

Uzluksiz t.m. *zichlik funksiyasi* deb, shu t.m. taqsimot funksiyasidan olingan birinchi tartibli hosilaga aytiladi. Zichlik funksiyasini $f(x)$ orqali belgilaymiz:

$$f(x) = F'(x). \quad (1)$$

Zichlik funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. $f(x)$ funksiya manfiy emas: $f(x) \geq 0$.
2. ξ uzluksiz t.m.ning $[a, b]$ oraliqqa tegishli qiymatni qabul qilishi ehtimolligi zichlik funksiyaning a dan b gacha olingan aniq integraliga

teng:

$$P\{a \leq \xi \leq b\} = \int_a^b f(x)dx. \quad (2)$$

3. Uzluksiz t.m. taqsimot funksiyasi zichlik funksiya orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt. \quad (3)$$

4. Zichlik funksiyasidan $-\infty$ dan $+\infty$ gacha olingan integrali birga tengdir:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

ξ diskret t.m.ning taqsimot qonuni berilgan bo'lsin: $\{p_i = P\{\xi = x_i\}, i = 1, 2, \dots, n, \dots\}$.

ξ diskret t.m.ning matematik kutilmasi $\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$ qator orqali hisoblanadi va $M\xi$ orqali belgilanadi:

$$M\xi = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i. \quad (4)$$

ξ uzluksiz t.m.ning matematik kutilmasi

$$M\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx \quad (5)$$

integral orqali hisoblanadi.

ξ t.m.ning dispersiyasi $M(\xi - M\xi)^2$ ifoda bilan aniqlanadi va $D\xi$ orqali belgilanadi. T.m. dispersiyasini hisoblash uchun quyidagi formula qulaydir: $D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2$.

Ikki o'lchovlik tasodifiy miqdorlar. Faraz qilaylik, (Ω, \mathcal{A}, P) ehtimollik fazosida aniqlangan ξ, η t.m.lar berilgan bo'lsin. (ξ, η) vektorga tasodifiy vektor yoki 2-o'lchovli t.m. deyiladi. Ikki o'lchovli t.m.