

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM
VAZIRLIGI

Kasimov Nadimulla Xabibullayevich
Dadajanov Ro‘zimat Normatovich
Ibragimov Farhod Nurmuhamadjonovich

DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ
ASOSLARI
(o‘quv qo‘llanma)

5130100- “Matematika” bakalavriyat ta’lim yo‘nalishi

Toshkent “O‘qituvchi” 2018

Ushbu o'quv qo'llanma "matematika", "informatika va axborot texnologiyalari", "Axborot tizimlarining matematik va dasturiy ta'minoti", "Axborot xavfsizligi" va "Amaliy matematika va informatika" bakalavriyat ta'lim yo'nalishi bo'yicha tahsil olayotgan talabalari uchun mo'ljalanlangan bo'lib, "*diskret matematika va matematik mantiq*" fanining asosiy elementlariga doir mavzulari o'z ichiga oladi. Qo'lanmada nazariy bilimlarni mustahkamlash uchun amaliy mashg'ulotlar va mustaqil ta'lim uchun nazorat savollari va test savollari, hamda misollar kiritilgan.

Taqrizchilar:

G'anixo'jaev	Rasul fizika-matematika fanlari doctori,
Nabiyevich -	professor
Egamberdiev Baxtiyar -	fizika-matematika fanlari nomzodi

Mas'ul muharrir:

Eshqobilov	Yusup fizika-matematika fanlari doktori
Xolboevich -	

K i r i s h

“Mantiq” fani alohida fan sifatida eramizdan avval IV asrda vujudga kelgan. Uning asoschisi Yunon faylasufi Aristoteldir (384-322). U mantiqiy ta’limotlarning ba’zi tarqoq bo’laklarini bir sistemaga keltirilgan bo’lib, u hozirgacha formal mantiq sifatida saqlanib kelmoqda.

Matematik mantiq (shuningdek, *simvolik mantiq* deb ham ataladi) – matematik usullar bilan rivojlantirilayotgan mantiqdir. “Matematik mantiq” fani barcha fanlarning asosi bo’lishiga qaramay uni alohida fundamental fan sifatida chuqur o’rganish XIX asrda noevklid geometriyaning paydo bo’lishidan boshlandi.

O’tgan asrning o’rtalaridan boshlab matematika fanini o’qitishda mantiq usullaridan keng foydalanib kelinmoqda. Masalan, matematik analizda: limitga ega bo’lmagan ketma-ketliklarning, tekis uzluksiz bo’lmagan funksiyalarning ta’riflarini berishda predikatlar algebrasi usullaridan (ta’rif orqali berilgan jummalarning inkorini topish usuli) foydalanib, yuqorida keltirilgan tushunchalarning aniq ta’riflari beriladi.

Ushbu qo’llanmada mantiqni o’rganish uchun matematik usullardan qo’llaniladi. Albatta, matematika yordamida mantiqni o’rganish uchun mantiqning o’zidan foydalaniladi. Bunda, *o’rganilayotgan mantiq* va buning uchun *foydalinayotgan mantiqlarni* aniq va keskin ajratib olinadi. Bu yol bilan ehtimoliy paradokslar chetlab o’tiladi.

O’quvchiga havola qilinayotgan ushbu qo’llanma, mualliflar tomonidan uzoq yillar davomida O‘zMUning Matematika fakultetida «Diskret matematika va matematik mantiq» fani bo’yicha o’qilgan ma’ruzalari asosida yozilgan bo’lib, u O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o’rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan davlat standartlariga mos keladi.

Ushbu qo’llanmada to’plamlar nazariyasi, mulohazalar algebrasi, predikatlar algebrasi, diskret matematika elementlari, shuningdek, mulohazalar algebrasi uchun aksiomatik nazariyalar keltirilgan.

Xususan, qo’llanmada mulohazalar algebrasi uchun qurilgan aksiomatik nazariya mavjud adabiyotlarda keltirilgan aksiomatik nazariyalardan qisman farq qiladi. Biz keltirgan aksiomatik nazariya uchun ham Gyodelning to’liqlik haqidagi teoremasi o’z kuchida qoladi: mulohazalar algebrasining tautologiyalar to’plami bilan uning teoremlar to’plami ustma-ust tushadi.

Ushbu qo’llanma universitetlar hamda pedagogik oliy o’quv yurtlari talabalari uchun o’quv qo’llanmasi sifatida tavsiya etiladi.

I BOB. DASTLABKI TUSHUNCHALAR

1-§. TO‘PLAM. TO‘PLAMLAR USTIDA AMALLAR

“To‘plam” tushunchasi.

To‘plam matematikaning boshlang‘ich tushunchalaridan biri. Bu tushunchani o‘zidan soddaroq tushunchalar orqali (bunday tushunchalar yo‘q) ta’riflab bo‘lmaydi. Ayni paytda, “to‘plam” tushunchasini misollar orqali anglash qiyin emas. Masalan, kutubxonadagi kitoblar to‘plami, ushbu $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ tenglamaning ildizlari to‘plami, bitta nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqlar to‘plami.

Demak, to‘plam deganda, biror umumiy xususiyatga ega bo‘lgan narsalar (predmetlar) guruhi, majmuasi, yig‘ilmasi tushiniladi.

To‘plamni tashkil etgan narsalar uning elementlari deyiladi.

Odatda, to‘plamlar, bosh harflar (malasan, A, B, C, D, \dots) bilan, uning elementlari esa kichik harflar (masalan, a, b, c, d, \dots) bilan belgilanadi.

Biror to‘plamni olaylik. Uni A bilan belgilaylik. Agar a narsa (predmet) A to‘plamning elementi bo‘lsa, $a \in A$, b narsa (predmet) B to‘plamning elementi bo‘lmasa, $b \notin B$ kabi belgilanadi va " a element A to‘plamga tegishli", " b element B to‘plamga tegishli emas" deb o‘qiladi. Misol tariqasida barcha natural sonlardan tashkil topgan to‘plamni olaylik. Odatda, bu to‘plam N harfi bilan belgilanadi va $N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kabi yoziladi. Ravshanki, $5 \in N$, lekin $7,05 \notin N$ bo‘ladi.

To‘plamlar ikki xil - chekli hamda cheksiz to‘plamlar bo‘ladi.

Agar to‘plamni tashkil etgan elementlar soni chekli son bo‘lsa, u chekli to‘plam deyiladi.

Chekli bo‘lmagan to‘plamlarni cheksiz to‘plamlar deb qaraladi.

Masalan, $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ tenglamaning yechimlar to‘plami

$$E = \{x: x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0\}$$

chekli to‘plam bo‘ladi. Haqiqatdan ham,

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0, \text{ ya'ni } (x-1)(x-2)(x-3) = 0$$

tenglamani yechib, $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ bo‘lishini topamiz. Demak, $N = \{1, 2, 3\}$ bo‘lib, u chekli to‘plamdir. Natural sonlar to‘plami N cheksiz to‘plamga misol bo‘ladi.

Aytaylik, E to‘plam ushbu

$$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0 \quad (1)$$

tenglamaning haqiqiy yechimlaridan iborat to‘plam bo‘lsin:

$$E = \{x: x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0\}$$

E to‘plamning elementlarini topish maqsadida

$$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$$

tenglamani yechamiz.

Ravshanki,

$$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 + 1)$$

Demak,

$$(x^2 + x + 1)(x^2 + 1) = 0$$

bo'ladi. Keyingi tenglikdan, $x^2 + x + 1 = 0, x^2 + 1 = 0$ bo'lishi kelib chiqadi. Bu kvadrat tenglamalarning diskriminatlari manfiy bo'lganligi sababli, ular haqiqiy yechimlarga ega emas.

Binobarin, berilgan 1-tenglama haqiqiy yechimlarga ega emas. Demak, E to'plamning elementlari yo'q ekan. Bunday vaziyat "bo'sh to'plam" tushunchasi kiritilishini taqozo etadi.

Birorta ham elementga ega bo'lmagan har qanday to'plam bo'sh to'plam deyiladi va u \emptyset kabi belgilanadi.

Yuqorida keltirilgan E bo'sh to'plam bo'ladi: $E = \emptyset$

Ikkita A va B to'plamlari berilgan bo'lsin.

Agar A to'plamning har bir elementi B to'plamning ham elementi bo'lsa, A to'plam B ning **qismi (qismaniy to'plami; to'plam osti)** deyiladi va $A \subset B$ kabi belgilanadi.

Misollar

1) $A = \{0, \pi, 2\pi\}, B = \{x: \sin x = 0\}$, bo'lsin. Agar B to'plamning elementlar $\sin x = 0$ tenglamaning yechimlari, ya'ni $x = n\pi, n \in Z$ ko'rinishdagi sonlardan iborat ekanligini e'tiborga olsak, $E = \emptyset$ ekanini topamiz.

2) $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}, B = N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ bo'lsin.

Ravshanki, $A \subset B$ bo'ladi.

Eslatma. Bo'sh to'plam \emptyset har qanday A to'plamning qismi deb qaraladi: $\emptyset \subset A$. Shuningdek $A \subset A$ bo'ladi.

Ravshanki, A, B, C to'plamlari berilgan holda $A \subset B, B \subset C$ bo'lsa, undan $A \subset C$ bo'lishi kelib chiqadi.

Biror A to'plam berilgan bo'lsin. Bu to'plamning barcha qismaniy to'plamlaridan tashkil topgan to'plamni $P(A)$ kabi belgilaymiz.

Ravshanki, $P(A)$ to'plamning har bir elementining o'zi to'plam bo'ladi.

Odatda, $P(A)$ to'plam A to'plamning buleani deyiladi.

Masalan $A = \{-1, 0, 1\}$ to'plamning buleani

$$P(A) = \{\{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{0, 1\}, \{-1, 1\}, \{-1, 0, 1\}, \emptyset\}$$
 bo'ladi.

A va B to'plamlari berilgan bo'lsin. Agar A to'plam B to'plamning